

## Вопросы по курсу “Численные методы”, 8 факультет, семестры 6-7

### Тема 1. Численные методы линейной алгебры

1. Норма матрицы и вектора. Согласованность норм. Понятие обусловленности СЛАУ.
2. Метод Гаусса решения СЛАУ. LU – разложение матриц. Метод Гаусса с выбором ведущего элемента. Матрица перестановок.
3. Вычисление обратной матрицы с использованием метода Гаусса.
4. Метод прогонки решения СЛАУ.
5. Метод простых итераций решения СЛАУ. Достаточное условие сходимости. Погрешность решения. Необходимое и достаточное условие сходимости.
6. Метод Зейделя решения СЛАУ.
7. Собственные значения и собственные векторы матриц, подобные преобразования для произвольных и симметричных матриц.
8. Оценка спектрального радиуса степенным методом.
9. Метод вращения нахождения собственных значений и собственных векторов матриц.
10. QR-алгоритм нахождения собственных значений матриц.
11. Метод обратных итераций для нахождения собственных векторов.

### Тема 2. Численные методы решения нелинейных уравнений и систем

12. Нелинейные уравнения. Основные этапы нахождения корней. Метод половинного деления, погрешность.
13. Метод простых итераций решения нелинейных уравнений, погрешность, геометрический смысл. Достаточное условие сходимости.
14. Метод Ньютона решения нелинейных уравнений, погрешность, геометрический смысл.
15. Метод секущих решения нелинейных уравнений, погрешность, геометрический смысл.
16. Метод простых итераций и метод Зейделя решения систем нелинейных уравнений.
17. Метод Ньютона решения систем нелинейных уравнений. Модификации метода Ньютона.

### Тема 3. Методы приближения функций

18. Общая характеристика задач и методов приближения таблично заданных функций. Постановка задач интерполяции и сглаживающей аппроксимации.
19. Интерполяционные полиномы в форме Лагранжа и форме Ньютона. Погрешность.
20. Интерполяция сплайнами. Построение кубических сплайнов.
21. Тригонометрическая интерполяция.
22. Метод наименьших квадратов.
23. Численное дифференцирование. Основные формулы. Оценка погрешности.
24. Численное интегрирование. Формулы прямоугольников и трапеций. Погрешности.
25. Численное интегрирование. Формула Симпсона. Погрешность.
26. Процедура Рунге-Ромберга оценки погрешности численного интегрирования.
27. Методы Монте-Карло в задачах интегрирования функций.

### Тема 4. Численные методы решения начальных и краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) и систем ОДУ. Понятие о численных методах решения интегральных уравнений.

28. Постановка задачи Коши для ОДУ и систем ОДУ. Метод Эйлера.
29. Модификации метода Эйлера решения задачи Коши для ОДУ и систем ОДУ.

30. Семейство методов Рунге-Кутты. Общая схема конструирования. Метод Рунге-Кутты IV порядка.
31. Многошаговые методы. Интегро-интерполяционный подход к конструированию методов. Семейство методов Адамса решения задачи Коши для ОДУ.
32. Неявные методы решения задачи Коши для ОДУ и систем ОДУ.
33. Жесткие системы ОДУ. Методы решения.
34. Постановка краевых задач для ОДУ. Численные методы решения.
35. Решение краевых задач для ОДУ методом стрельбы.
36. Решение краевых задач для ОДУ методом конечных разностей.
37. Процедура Рунге-Ромберга оценки погрешности решения краевой задачи для ОДУ.
38. Интегральные уравнения. Постановка задач и методы решения. Численные методы решения интегральных уравнений Вольтерра и Фредгольма.

**Тема 5.** *Численные методы решения дифференциальных уравнений с частными производными.*

39. Основные этапы численного решения уравнений с частными производными.
40. Метод конечных разностей и метод конечных объемов в задачах математической физики.
41. Постановка начально-краевых задач для уравнений параболического типа. Свойства решения. Основные разностные схемы.
42. Методы аппроксимации граничных условий, содержащих производные, в задачах параболического типа.
43. Особенности решения параболических задач с переменными и разрывными коэффициентами.
44. Постановка начально-краевых задач для уравнений гиперболического типа. Свойства решения. Основные разностные схемы.
45. Методы аппроксимации начальных и граничных условий в задачах гиперболического типа.
46. Постановка начально-краевых задач для уравнения переноса. Свойства решения. Основные разностные схемы.
47. Метод характеристик решения гиперболических систем.
48. Методы сквозного счета. Метод Годунова.
49. Постановка краевых задач для уравнений эллиптического типа. Свойства решения. Конечно-разностная аппроксимация. Метод Либмана.
50. Метод простых итераций в задачах эллиптического типа. Анализ сходимости итерационного процесса.
51. Методы ускорения сходимости в задачах эллиптического типа. Релаксационные методы. Чебышевское ускорение итераций. Понятие об итерационных методах вариационного типа.
52. Спектральный метод в задачах эллиптического типа.
53. Постановка многомерных начально-краевых задач для уравнений параболического типа. Конечно-разностная аппроксимация.
54. Методы переменных направлений и дробных шагов решения многомерных задач.
55. Метод установления.
56. Понятие о методе конечных элементов.
57. Понятия аппроксимации, сходимости и устойчивости разностных схем. Основная теорема о сходимости разностных схем.
58. Методы исследования аппроксимационных свойств разностных схем.
59. Методы исследования устойчивости разностных схем.